

2

**KUTAK ZA ZADATKE**

## Zabavna matematika

**Zadatak 1.** *Vedad i Bekir imaju isti rođendan. Vedad je bio dva puta stariji od Bekira, kada je Vedad imao isto godina kao Bekir sada. Koliko godina ima Bekir?*

**Zadatak 2.** *Kapa sa šalom je plaćena 120 KM. Ako je kapa od šala skuplja za 100 KM, koliko je koštao šal?*

**Zadatak 3.** *Učitelj je zadao zadatak učeniku da od postavljenog broja oduzme 3, a zatim da rezultat podijeli sa 9. Učenik je pogrešno razumio zadatak pa je od zadatog broja oduzeo broj 9, a rezultat podijelio sa 3 i dobio rješenje 43. Učitelj naravno nije bio zadovoljan rješenjem. Koje rješenje je trebalo dobiti ispravnim radom?*

**Zadatak 4.** *U četiri vreće se nalazi ista količina riže. Ako iz svake vreće uzmemo po 9 kg riže, onda u sve četiri vreće zajedno ostane onoliko riže koliko je prije vađenja bilo u jednoj vreći. Koliko je riže ostalo u svakoj od vreća?*

**Zadatak 5.** *U jednoj godini je bilo 53 petka. Ako je 1. januar bio četvrtak, koji dan u sedmici je bio 1. april?*

## Nagradni zadatak: Šifra

Kriptografija je naučna disciplina o metodama za slanje poruka (informacija) u oblicima koji će biti razumljivi samo onima koji ih "znaju" pročitati. Riječ dolazi od grčkog pridjeva kriptos ( $\kappa\rho\upsilon\pi\tau\omicron\varsigma$ ) značenja *skriven* i glagola grafo ( $\gamma\rho\alpha\varphi\omega$ ), *pisati*. U ranoj fazi svog postojanja kriptografija je imala čari umjetnosti. Posljednjih tridesetak godina donosi nešto sasvim novo. Naime, umjetnost kriptografije se spaja sa naukom te tako danas govorimo o modernoj kriptologiji, koja je temelj računarske i komunikacione tehnologije. Zasniva se na strogim matematičkim principima i spaja oblasti kao što su teorija brojeva, teorija računarske kompleksnosti i teorija vjerovatnoće. Jedna od najslavnijih mašina za šifriranje je poznata *Enigma*. Prvobitno zamišljena kao komercijalni proizvod, u čemu nije uspjela, preuzeli su je njemački nacisti, poboljšali je, čime je postala glavni uređaj za šifriranje u nacističkoj Njemačkoj. Prvi je njenu šifru "provalio" britanski matematičar Alan Turing (film *The Imitation Game*, 2014).

**Zadatak.** Poznati kriptolog Turingus na svojoj mašini *Enigma* šifrira poruke koje se satoje od znakova 1, 2, 3 i 4 (bilo kakve dužine), znakovima 1, 2, 3 i 4, koristeći se tipkama malih i velikih slova a, b, c i d. Pritiskom na neku od ovih tipki na svojoj mašini, mijenja izgled poruke.

- Pritiskom na tipku A pretvara jedinicu u dvicu i tricicu.
- Pritiskom na tipku B pretvara dvicu u dvije trice i četvorku.
- Pritiskom na tipku C pretvara tricicu u četvorku i tri jedinice.
- Pritiskom na tipku D pretvara četvorku u jedinicu i četiri dvice.

Kada Turingus pritisne tipku malih slova, ona djeluje u suprotnom smjeru:

- a pretvara dvicu i tricicu u jedinicu.
- b pretvara dvije trice i četvorku u dvicu.
- c pretvara četvorku i tri jedinice u tricicu.
- d pretvara jedinicu i četiri dvice u četvorku.

Turingus bi želio kodirati poruku koja ima samo jedan znak, 2. On razmišlja o šiframa sljedećeg oblika:

J5: Šifra sa najmanje pet jedinica, ali bez dvica, trica i četvorki.

D5: Šifra sa najmanje pet dvica, ali bez jedinica, trica i četvorki.

T5: Šifra sa najmanje pet trica, ali bez jedinica, dvica i četvorki.

Č5: Šifra sa najmanje pet četvorki, ali bez jedinica, dvica i trica.

Koju od ovih šifri Turingus može postići isključivo koristeći tipke malih i velikih slova a,b,c i d?

- |                     |                     |                 |
|---------------------|---------------------|-----------------|
| 1. J5, D5, T5 i Č5  | 4. Samo J5, T5 i Č5 | 7. Samo J5 i T5 |
| 2. Samo J5, D5 i T5 | 5. Samo D5, T5 i Č5 | 8. Samo J5 i Č5 |
| 3. Samo J5, D5 i Č5 | 6. Samo J5 i D5     | 9. Samo D5 i T5 |

---

*Ciljna skupina:* svi uzrasti

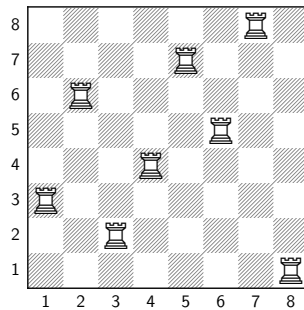
Rješenje zadatka dostaviti najkasnije do 01.06.2024. godine, putem e-maila ili na adresu časopisa (poštom)  
Prvo pristiglo, tačno i potpuno rješenje bit će nagrađeno novčanom nagradom od 50 KM.

## Rješenje i rješavatelji nagradnog zadatka iz Evolvente 5 (2) 2022.

Prvo, tačno pristiglo rješenje nagradnog zadatka iz broja 5 (2) 2022. je dao **Adnan Halilović**, Gimnazija Živinice, odjeljenje II 2. Time je ovaj rješavatelj zaslužio predviđenu nagradu uredništva Evolvente.

Tačno rješenje je dao i **Mahir Salihbašić**, student II godine studija matematike, PMF Tuzla, a tačno ali nepotpuno rješenje je dao i **Esmir Zoletić**.

**Zadatak.** Upišimo na 64 polja šahovske ploče redom brojeve od 1 do 64, tako da u prvu vrstu upišemo brojeve od 1 do 8, u drugu vrstu brojeve od 9 do 16 (slijeva udesno) i tako do osme vrste. Proizvoljno postavimo 8 topova (na jedan od 40 320 načina) tako da nijedan ne napada drugoga. Koliki je zbir brojeva onih polja koja zauzimaju postavljene topovi?



Slika 1: Jedan od mogućih 40 320 rasporeda topova na tabli.

Objavljujemo rješenje (u cijelosti) .

**Rješenje:** Numerišimo vrste (horizontalno) i kolone (vertikalno) šahovske table redom sa brojevima 1 do 8. Sva šahovska polja popunjena su redom brojevima od 1 do 64. Na poziciji (1, 1) ((vrsta, kolona)) imamo 1, na poziciji (1, 2) je 2 i tako dalje do pozicije (8, 8) gdje smo upisali broj 64. Nije teško vidjeti da će na poziciji  $(i, j)$  ( $i$  broj vrste,  $j$  broj kolone,  $i, j \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ) biti broj  $8i + j - 8$ . Na primjer, pozicija (2, 1) ima broj  $8 \cdot 2 + 1 - 8 = 9$ .

Znamo da se topovi ne napadaju međusobno ako se u svakoj vrsti i svakoj koloni nalazi tačno jedan top. Neka su  $(i_k, j_k)$  ( $k = 1, 2, \dots, 8$ ) pozicije na kojima se nalaze "nenapadajućih" osam topova. Tada mora biti,

$$i_1 + i_2 + \dots + i_8 = j_1 + j_2 + \dots + j_8 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36.$$

Zbir brojeva onih polja koja zauzimaju postavljene topovi, bez obzira koju od 40 320 pozicija posmatrali, jednak je

$$\sum = (8i_1 + j_1 - 8) + (8i_2 + j_2 - 8) + \dots + (8i_8 + j_8 - 8).$$

Koristeći komutativnost i asocijativnost iz ovoga imamo,

$$\sum = 8(i_1 + i_2 + \dots + i_8) + (j_1 + j_2 + \dots + j_8) - 8 \cdot 8 = 8 \cdot 36 + 36 - 64 = 260.$$

□