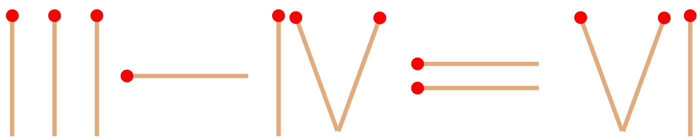
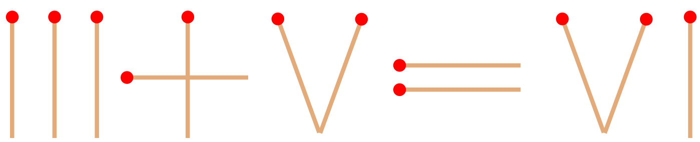
Zabavna matematika: Šibice

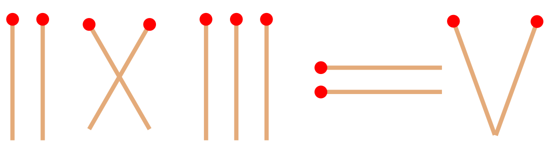
Zadatak 1. *Pomjeranjem tačno jedne šibice učiniti dati izraz tačnom jednakošću.*



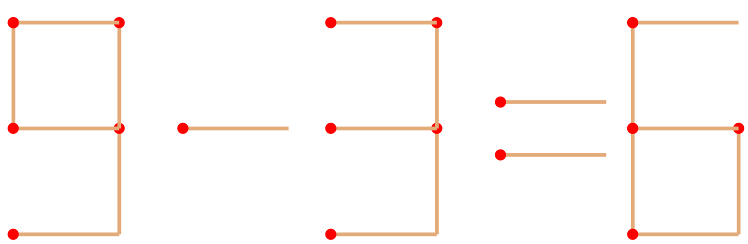
Zadatak 2. *Pomjeranjem tačno jedne šibice učiniti dati izraz tačnom jednakošću.*



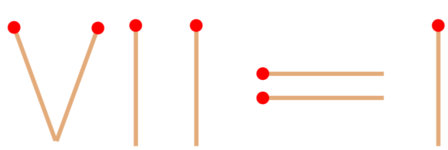
Zadatak 3. *Pomjeranjem tačno jedne šibice učiniti dati izraz tačnom jednakošću.*



Zadatak 4. *Mjenjanjem mjesta tačno jedne šibice učiniti da dati izraz ostane tačnom jednakošću.*



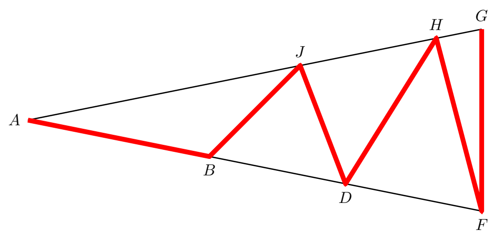
Zadatak 5. *Pomjeranjem tačno jedne šibice učiniti dati izraz tačnom jednakošću.*



Ciljna skupina: svi uzrasti

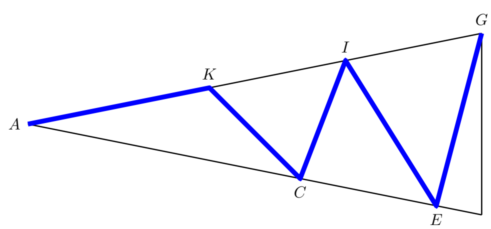
Nagradni zadatak: Lisica i plijen

Zadatak 1. *Lisica je iz svoje jazbine uočila plijen. Da bi uhvatila plijen kretala se lukavom putanjom. Ako sa A označimo poziciju lisice, a sa G poziciju plijena, kretanje lisice do plijena prikazano je narednom slikom.*



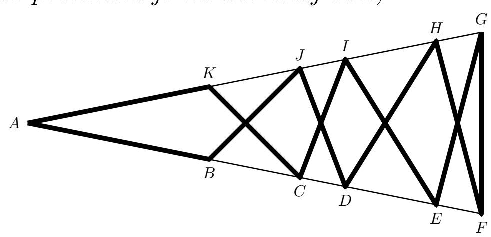
Slika 1: Kretanje lisice od tačke A do plijena G

Krenula je iz tačke A, kretala se 10 metara i stigla u tačku B, zatim je skrenula kretala se 10 metara i stigla u tačku J. Ponovo je skrenula, kretala se 10 metara i stigla u tačku D, zatim se opet kretala 10 metara i stigla u tačku H. Nastavila se kretati 10 metara i stigla u tačku F i na kraju joj je preostalo još 10 metara do plijena (tačka G).
Da bi zavarala trag, lisica je odlučila de se ne vrati istom putanjom nego da se vrati kako je to prikazano sljedećom slikom.



Slika 2: Vraćanje lisice od plijena (G) do legla (A)

Krenula je iz tačke G 10 metara i stigla u tačku E, zatim 10 metara i stigla u tačku I. Opet 10 metara i stigla u tačku C, pa 10 metara do tačke K i na kraju 10 metara do legla (A).
Kompletna putanja kretanja lisice prikazana je na narednoj slici,



Slika 3: Putanja lisice od tačke A do plijena G i nazad

Sve to je posmatrao lovac koji je bio matematičar i izračunao je ugao $\angle KAB$.

Pitanje: *Koja je prva cifra iza zareza u decimalnom zapisu, ugla $\angle KAB$ izraženog u stepenima?*

Ciljna skupina: srednja škola
Rješenje zadatka dostaviti najkasnije do 31.05.2018. godine, putem e-maila ili na adresu časopisa (poštom)
Prvo pristiglo, tačno i potpuno rješenje bit će nagrađeno prigodnom nagradom

EVOLVENTA (JAMTK) 1(1) (2018), 35–36

Konkursni zadaci

Osnovna škola

Zadatak 1 (*). *Odrediti nepoznate decimalne cifre a, b, c i d tako da vrijedi*

$$\begin{array}{ccccc} & 3 & 2 & 5 & a \\ & 4 & 1 & b & 2 \\ + & 5 & c & 9 & 3 \\ \hline 1 & d & 1 & 8 & 1. \end{array}$$

Zadatak 2 (*). *Zbir dva broja je 2016. Ako prvi broj povećamo za 57, a drugi umanjimo za 57 dobijeni brojevi biće jednaki. O kojim brojevima je riječ.*

Zadatak 3 (*). *Esma je željela kupiti jednu knjigu čija je cijena 23 KM. Imala je samo novčanice od po 5 KM, a prodavačica je imala samo novčanice od 2 KM. Kako se može izvršiti plaćanje knjige.*

Zadatak 4. *Odrediti ugao α koji je za 35^0 veći od četvrtine svog suplementnog ugla.*

Zadatak 5. *Odrediti najveći prirodan broj, koji pri dijeljenju sa 15 ima količnik jednak petostrukom ostatku.*

Zadatak 6. *Nebojša, Bakir i Željko čitaju "Večernji list", "Oslobođenje" i "Nezavisne novine" i to svaki čita samo jedne od ovih novina. Na pitanje, ko od njih čita koje novine njihov prijatelj Jakob je odgovorio: Koliko se ja sjećam, Nebojša je čitao "Večernji list", Bakir nije čitao "Oslobođenje", a Željko nije čitao "Večernji list." Dervo je slušao ovaj razgovor, pa je rekao da je odgovor Jakoba tačan samo za jednog čitaoca. Koje novine čitaju Nebojša, Bakir i Željko?*

Zadatak 7. *Trougao ABC je pravougli trougao sa pravim uglom tjemenu C Neka je AD ($D \in BC$) simetrala ugla $\measuredangle CAB$. Ako je $|CD| = 1,5cm$ i $|BD| = 2,5cm$ izračunati $|AC|$.*

Zadatak 8. *U trouglu ABC, tačke D i E su na stranicama BC i CA respektivno. Poznato je da vrijedi $BD : DC = 3 : 2$, $AE : EC = 3 : 4$. Neka se duži AD i BE sijeku u tački M. Ako je površina trougla jednaka 1, odrediti površinu trougla BMD.*

Zadatak 9. *Izračunati vrijednost izraza*

$$(2+1)\left(2^2+1\right)\left(2^4+1\right)\cdots\left(2^{2^{10}}+1\right)+1\ .$$

Zadatak 10. *Nekom dvocifrenom broju doda se zbir njegovih cifara, a zatim se dobijenim brojem izvrši ista operacija. Na ovaj način dobija se dvocifreni broj koji ima iste cife kao početni broj, ali u obrnutom poretku. Odrediti brojeve koji imaju ovu osobinu.*

Ciljna skupina:
Zadaci označeni sa **(*)** su primjereni za najmlađi uzrast (4. i 5. razred)
Rješenja zadataka dostaviti najkasnije do 31.05.2018. godine, putem e-maila ili na adresu časopisa (poštom ili lično)

Srednja škola

Zadatak 1. *U* $\triangle ABC$ *je* $\sphericalangle C - \sphericalangle A = 60^\circ$, BD *je simetrala ugla* $\sphericalangle B$, $D \in AC$ *i* BE *je visina* $E \in AC$. *Izračunati* $|DE|$ *ako je* $|BD| = 10$ *cm.*

Zadatak 2. *Za koje vrijednosti* a *i* b *je* $a^2 - \sqrt{2}a + b - 2\sqrt{b} + \frac{3}{2} = 0$*?*

Zadatak 3. *Polinom* $P(x) = x^4 + 2x^3 + ax^2 + 2x + b$ *je kvadrat drugog polinoma, gdje su* a *i* b *realni brojevi. Odrediti drugi polinom i realne brijeve* a *i* b.

Zadatak 4. *Tetive* $\overline{AB}$ *i* $\overline{AC}$ *kruga* k *su jednake a tetiva* $\overline{AD}$ *siječe* $\overline{BC}$ *u tački* E. *Ako je* $\overline{AC} = 12$ *i* $\overline{AE} = 8$, *izračunati* $\overline{AD}$.

Zadatak 5. *Koji dvocifreni brojevi* $10x + y$ *zadovoljavaju uslov* $10x + y = x^2 + y^2 + xy$*?*

Zadatak 6. *Ako je* $0 < \varphi < \frac{\pi}{3}$ *odrediti realne vrijednosti parametra* m *za koje je tačna jednakost* $\cos\varphi = \dfrac{m^2 - 4m - 4}{m^2 + 1}$.

Zadatak 7. *Ako su* α, β *i* γ $(\alpha < \beta < \gamma)$ *uglovi trougla i ako* $\tan\frac{\alpha}{2}$, $\tan\frac{\beta}{2}$ *i* $\tan\frac{\gamma}{2}$ *čine aritmetički niz, tada* $\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma$ *također čine aritmetički niz. Dokazati!*

Zadatak 8. *Dokazati nejednakost*

$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \cdots + \frac{1}{3n+1} > 1, \ n \in \mathbb{N}.$$

Zadatak 9. *Ako je* $f\left(\dfrac{x}{x+1}\right) + 3f\left(\dfrac{x+1}{x}\right) = 2x$, *odrediti* $f(x)$.

Zadatak 10. *Neka su* α, β *i* γ *uglovi trougla. Dokazati da vrijedi nejednakost:*

$$\frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}} + \frac{1}{\sin\frac{\beta}{2}} + \frac{1}{\sin\frac{\gamma}{2}} \geq 6\ .$$

Kada vrijedi znak jednakosti?

Rješenja zadataka dostaviti najkasnije do 31.05.2018. godine, putem e-maila ili na adresu časopisa (poštom ili lično)

EVOLVENTA (JAMTK) 1(1) (2018), 37–38

Maturski ispit 2017. (Zajednički na TK)

Varijanta A

1. Rastaviti na faktore: $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$.
2. Prva cijev napuni bazen za 9 sati, a druga za 12 sati. Za koliko bi sati napunile bazen prva i druga cijev ako bi ga punile istovremeno?
3. Metodom determinanti riješiti sistem:

$$\begin{array}{l} \frac{7}{5x-2y} + \frac{5}{3x+2y} = \frac{1}{2} \\ \frac{7}{4y-10x} + \frac{45}{6x+4y} = 1 \end{array} \quad .$$

4. Riješiti nejednadžbu: $\dfrac{1}{3x+2} \geq \dfrac{1}{2x-3}$.
5. Uporediti po veličini brojeve $A = 5 + 2\sqrt{5}$ i $B = \sqrt{45 + 20\sqrt{5}}$.
6. Riješiti jednadžbu: $\sqrt{2x+1} + \sqrt{x-3} = 4$.
7. Riješiti nejednadžbu: $21 \cdot 3^x + 100 \cdot 5^x - 3^{x+4} > 0$.
8. Riješiti jednadžbu: $2\log_8(2x) + \log_8\left(x^2 - 2x + 1\right) = \frac{4}{3}$.
9. Riješiti jednadžbu: $2\cos^2 x - 7\cos x + 3 = 0$.
10. Dužina visine stranice trougla iznosi $6cm$ i ona dijeli pripadnu stranicu na dijelove dužina $3cm$ i $4cm$. Izračunati odstojanje presječne tačke visina (ortocentra) od date stranice.

Rješenja zadataka

1. $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc = a^2 - \left(b^2 - 2bc + c^2\right) = a^2 - (b-c)^2 = (a-b+c)(a+b-c)$.
2. Prva cijev za jedan sat napuni $\dfrac{1}{9}$ bazena, a druga $\dfrac{1}{12}$ bazena. Ako bi ga punile istovremeno, obje cijevi bi za 1 sat napunile $\dfrac{1}{9} + \dfrac{1}{12} = \dfrac{7}{36}$ bazena. Znači, cijeli bazen one bi istovremeno napunile za $\dfrac{36}{7} = 5\dfrac{1}{7}$ sati.
3. Dati sistem se može napisati u obliku:

$$\begin{cases} \dfrac{7}{5x-2y} + \dfrac{5}{3x+2y} = \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{7}{-2(5x-2y)} + \dfrac{45}{2(3x+2y)} = 1, \end{cases}$$

pri čemu moraju biti zadovoljeni uslovi $5x - 2y \neq 0$ i $3x + 2y \neq 0$.
Uvođenjem smjena: $\dfrac{7}{5x-2y} = u$, $\dfrac{5}{3x+2y} = v$, dobijamo novi sistem

$$\begin{cases} u + v = \dfrac{1}{2} \\ -\dfrac{1}{2}u + \dfrac{9}{2}v = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u + 2v = 1 \\ -u + 9v = 2 \end{cases} \text{, gdje je:}$$

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 9 \end{vmatrix} = 20, \quad D_u = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 9 \end{vmatrix} = 5, \quad D_v = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 5 \ , \ u = \frac{D_u}{D} = \frac{1}{4} \ , \ v = \frac{D_v}{D} = \frac{1}{4} \ .$$

Ciljna skupina: srednja škola

Dakle,

$$\begin{cases} \dfrac{7}{5x-2y} = \dfrac{1}{4} \\ \dfrac{5}{3x+2y} = \dfrac{1}{4} \end{cases} \iff \begin{cases} 5x-2y=28 \\ 3x+2y=20 \end{cases},$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 16\ ,\ D_x = \begin{vmatrix} 28 & -2 \\ 20 & 2 \end{vmatrix} = 96\ ,\ D_y = \begin{vmatrix} 5 & 28 \\ 3 & 20 \end{vmatrix} = 16\ ,\ x = \frac{D_x}{D_1} = 6, \quad y = \frac{D_y}{D_1} = 1\ .$$

$\boxed{R : (x,y) = (6,1).}$

4. $DP : x \neq -\dfrac{2}{3} \quad \wedge \quad x \neq \dfrac{3}{2}$. Uz ovaj uvjet vrijedi:

$$\frac{1}{3x+2} \geq \frac{1}{2x-3} \iff \frac{1}{3x+2} - \frac{1}{2x-3} \geq 0 \iff \frac{2x-3-(3x+2)}{(3x+2)(2x-3)} \geq 0 \iff \frac{-x-5}{(3x+2)(2x-3)} \geq 0 / \cdot (-1)$$

$$\iff \frac{x+5}{(3x+2)(2x-3)} \leq 0\ .$$

Ako uzmemo da je $A = x+5$, $B = 3x+2$ i $C = 2x-3$, odgovarajuća tablica izgleda ovako:

x	$-\infty$	-5		$-\frac{2}{3}$		$\frac{3}{2}$	$+\infty$
A	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
B	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
C	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$A/(B \cdot C)$	$-$	0	$+$	ND	$-$	ND	$+$

$\boxed{R : \quad x \in (-\infty, -5] \cup \left(-\frac{2}{3}, \frac{3}{2}\right).}$

5. $45 + 20\sqrt{5} = 25 + 20\sqrt{5} + \left(2\sqrt{5}\right)^2 = \left(5 + 2\sqrt{5}\right)^2 \Rightarrow A = B.$
6. $DP : (2x+1 \geqslant 0 \ \wedge \ x-3 \geqslant 0) \Leftrightarrow x \geqslant 3.$
7. Budući da je lijeva strana date nejednadžbe nenegativna, ona se smije kvadrirati, naravno za one vrijednosti nepoznanice koje zadovoljavaju DP. Dakle, data nejednadžba je, uz uvjet DP, ekvivalentna sa

$$2x+1+x-3+2\sqrt{(2x+1)(x-3)} = 16 \iff 2\sqrt{(2x+1)(x-3)} = 18-3x$$
$$\iff \begin{cases} 18-3x \geqslant 0 \\ 4(2x+1)(x-3) = (18-3x)^2 \end{cases}$$

Prema tome, data nejednadžba je ekvivalentna sa

$$(x = 4 \ \vee \ x = 84 \ \wedge \ x \geqslant 3 \ \wedge \ x \leqslant 6) \ \Leftrightarrow \ x = 4.$$

8. $DP : (x > 0 \ \wedge \ x \neq 1)$.
Uz uvjet DP, data jednadžba je ekvivalentna sa:

$$\log_8\left(4x^2(x-1)^2\right) = \frac{4}{3} \iff 4x^2(x-1)^2 = 16 \iff x(x-1) = \pm 2\ .$$

$\boxed{R : \ x = 2.}$

9. Uvodeći smjenu $\cos x = t$, iz odgovarajuće kvadratne jednadžbe dobijamo $t_1 = \frac{1}{2}$ i $t_2 = 3$. Kako je $|\cos x| \leq 1$, imamo $cosx = \frac{1}{2}$, odakle je $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
10. Traži se odstojanje OC_1, gdje su C_1 podnožje visine i O presjek visina. Označimo to rastojanje sa k. Kako je $\measuredangle ACC_1 = \measuredangle C_1BO$ (uglovi s normalnim kracima) i $\measuredangle AC_1C = \measuredangle BC_1O = 90°$, to je $\triangle AC_1C \sim \triangle BC_1O$. Iz te sličnosti dobijamo $h : m = (c-m) : k$, što zajedno sa $h = 6$, $m = 4$, $c - m = 3$, daje $k = 2\ cm$.

EVOLVENTA (JAMTK) 1(1) (2018), 39–41

KVALIFIKACIONI ISPIT IZ MATEMATIKE
Edukacija u matematici i Primijenjena matematika
30. juni 2017.

Napomena: **Zaokružiti samo jedan odgovor za koji smatrate da je tačan!**

1. Kada je 6 litara vode dodano u rezervoar, indikator popunjenosti rezervoara se pomjerio sa $\frac{1}{4}$ na $\frac{5}{8}$. Koliko vode može stati u taj rezervoar?
   a) $16\ l$, b) $14\ l$, c) $12\ l$, d) $10\ l$.
2. Ako su $a = (1+\sqrt{2})^{-1}$ i $b = (1-\sqrt{2})^{-1}$ tada je vrijednost izraza $(a+1)^{-1} + (b+1)^{-1}$ jednaka:
   a) $-\sqrt{2}$, b) $\sqrt{2}$, c) 0, d) -1.
3. Broj realnih različitih rješenja jednačine $\dfrac{x^2}{x^2-4} - \dfrac{4}{x^2+4} = \dfrac{4x^2+16}{x^4-16}$ je:
   a) 0, b) 1, c) 2, d) 3.
4. Zbir kvadrata rješenja jednačine $2x^2 + kx - 3 = 0$, $(k \in \mathbb{R})$ je jednak 7 ako su vrijednosti parametra k:
   a) $\pm\sqrt{3}$, b) ± 2 , c) $\pm\sqrt{2}$, d) ± 4.
5. Rješenje nejednačine $\dfrac{1-4x}{3x+1} > 4$ je skup:
   a) $-\dfrac{1}{3} < x < +\infty$, b) $-\dfrac{1}{3} < x < 0$, c) $0 < x < -\dfrac{3}{16}$, d) $-\dfrac{1}{3} < x < -\dfrac{3}{16}$.
6. Ako su $a = 0,01$ i $b = -\dfrac{1}{3}$ koja od sljedećih relacija je tačna?
   a) $a^2 < b^3$, b) $a^3 < b$, c) $a^3 < b^2$, d) $a^2 < b$.
7. Zbir cifara dvocifrenog broja je 9. Ako cifre zamijene mjesta, dobijeni broj je za tri veći od trećine datog broja. Koji je to broj?
   a) 18, b) 72, c) 36, d) 45.
8. Broj rješenja jednačine $3^{\frac{4x^2+10x-3}{2}} \cdot 5^{2x^2+3} = 27^{0,5} \cdot 5^{-5x+6}$ koji pripada skupu pirodnih brojeva je:
   a) 0, b) 1, c) 2, d) 3.
9. Rješenje nejednačine $\log_{\frac{1}{3}} \dfrac{3x-1}{x^2+2} \geqslant 0$ je skup:
   a) $x \in \left[\dfrac{1}{3}, +\infty\right)$, b) $x \in \left(\dfrac{1}{3}, +\infty\right)$, c) $x \in \left(-\infty, \dfrac{1}{3}\right)$, d) $x \in \left(-\infty, \dfrac{1}{3}\right]$.
10. Iz kružne ploče je izrezan jednakostranični trougao maksimalne površine. Stranica trougla iznosi 2m. Kolika je površina otpatka?
    a) $\pi - \sqrt{3}\ m^2$, b) $\frac{1}{3}\pi - \sqrt{3}\ m^2$, c) $\frac{4}{3}\pi - \sqrt{3}\ m^2$, d) $4\pi - \sqrt{3}\ m^2$.

Ciljna skupina: srednja škola

RJEŠENJA

1. Označimo sa x količinu vode koja može stati u rezervoar. Tada, prema uslovima zadatka, vrijedi

$$\frac{1}{4}x + 6 = \frac{5}{8}x \Leftrightarrow \frac{5}{8}x - \frac{1}{4}x = 6 \Leftrightarrow \frac{3}{8}x = 6 \Leftrightarrow x = 16.$$

Dakle, tačan odgovor je (a).

2. Prije svega, racionalisanjem dobijamo

$$a = (1+\sqrt{2})^{-1} = \frac{1}{1+\sqrt{2}} \cdot \frac{1-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} = \frac{1-\sqrt{2}}{-1} = -1+\sqrt{2}$$

i

$$b = (1-\sqrt{2})^{-1} = \frac{1}{1-\sqrt{2}} \cdot \frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = \frac{1+\sqrt{2}}{-1} = -1-\sqrt{2}$$

pa je

$$(a+1)^{-1} + (b+1)^{-1} = \frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.$$

Dakle, tačan odgovor je (c).

3. Definiciono područje jednačine je skup $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$. Dalje je

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{x^2-4} - \frac{4}{x^2+4} &= \frac{4x^2+16}{x^4-16} \\ \frac{x^2(x^2+4) - 4(x^2-4)}{x^4-16} &= \frac{4x^2+16}{x^4-16} \\ x^4 + 4x^2 - 4x^2 + 16 &= 4x^2 + 16 \\ x^4 - 4x^2 &= 0 \\ x^2(x^2-4) &= 0, \end{aligned}$$

odakle zaključujemo da je $x = 0 \vee x = \pm 2$. Zbog definicionog područja jednačine, rješenje jednačine je samo $x = 0$. Dakle, tačan odgovor je (b).

4. Ako su x_1 i x_2 rješenja jednačine, tada na osnovu Vietovih pravila imamo da je $x_1 + x_2 = -\frac{k}{2}$ i $x_1 \cdot x_2 = -\frac{3}{2}$. Prema uslovu zadatka imamo

$$7 = x_1^2 + x_2^2 = (x_1+x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = \frac{k^2}{4} + 3$$

odakle je $\frac{k^2}{4} = 4 \Leftrightarrow k^2 = 16 \Leftrightarrow k = \pm 4$. Dakle, tačan odgovor je (d).

5. Definiciono područje nejednačine je skup $D = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{3}\}$. Dalje je

$$\frac{1-4x}{3x+1} > 4 \Leftrightarrow \frac{1-4x}{3x+1} - 4 > 0 \Leftrightarrow \frac{1-4x-12x-4}{3x+1} > 0 \Leftrightarrow \frac{-3-16x}{3x+1} > 0 \Leftrightarrow \frac{3+16x}{3x+1} < 0.$$

Iz tabele

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$		$-\frac{3}{16}$		$+\infty$
$3+16x$	$-$		$-$	0	$+$	
$3x+1$	$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{3+16x}{3x+1}$	$+$	$*$	$-$	0	$+$	

zaključujemo da je rješenje skup $-\frac{1}{3} < x < -\frac{3}{16}$. Dakle, tačan odgovor je (d).

6. Kako je $a = 0.01 = \frac{1}{100}$ tada je $a^3 = \frac{1}{10^6}$ i $b^2 = \frac{1}{9}$ pa je tačan odgovor (c).
7. Neka su x cifra desetica i y cifra jedinica dvocifrenog broja $10x + y$. Prema uslovu zadatke je $x + y = 9$ i $10y + x = 3 + \frac{1}{3}(10x + y)$, odakle je

$$\begin{aligned} x + y &= 9 \\ -7x + 29y &= 9 \end{aligned}$$

odnosno

$$\begin{aligned} 7x + 7y &= 63 \\ -7x + 29y &= 9. \end{aligned}$$

sada se lahko dobije rješenje sistema $x = 7$ i $y = 2$, pa je traženi broj 72. Dakle, tačan odgovor je (b).
8. Definiciono područje jednačine je skup $\mathbb{R}$. Dalje je

$$\begin{aligned} & 3^{\frac{4x^2+10x-3}{2}} \cdot 5^{2x^2+3} = 27^{0,5} \cdot 5^{-5x+6} \\ \iff & 3^{\frac{4x^2+10x-3}{2}} \cdot 5^{2x^2+3} = \left(3^3\right)^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{-5x+6} \\ \iff & 3^{\frac{4x^2+10x-3}{2}} \cdot 5^{2x^2+3} = 3^{\frac{3}{2}} \cdot 5^{-5x+6} \\ \iff & 3^{\frac{4x^2+10x-3}{2}-\frac{3}{2}} \cdot 5^{2x^2+3+5x-6} = 1 \\ \iff & 3^{2x^2+5x-3} \cdot 5^{2x^2+5x-3} = 1 \\ \iff & 15^{2x^2+5x-3} = 1 \\ \iff & 2x^2 + 5x - 3 = 0 \end{aligned}$$

čija su rješenja $x_1 = -3$ i $x_2 = \frac{1}{2}$. Dakle, tačan odgovor je (a).
9. Definiciono područje nejednačine dobijamo iz uslova $\frac{3x-1}{x^2+2} > 0 \Leftrightarrow 3x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{3}$ jer je $x^2 + 2 > 0$ za svaki realan broj. Dakle, definiciono područje jednačine je skup $\left(\frac{1}{3}, +\infty\right)$. Dalje je

$$\begin{aligned} & \log_{\frac{1}{3}} \frac{3x-1}{x^2+2} \geqslant 0 \\ \iff & \log_{\frac{1}{3}} \frac{3x-1}{x^2+2} \geqslant \log_{\frac{1}{3}} 1 \\ \iff & \frac{3x-1}{x^2+2} \leq 1 \\ \iff & \frac{3x-1}{x^2+2} - 1 \leq 0 \\ \iff & \frac{-x^2+3x-3}{x^2+2} \leq 0. \end{aligned}$$

Posljednja nejednakost je tačna za svaki realan broj jer je za svaki realan broj $x^2+2 > 0$ i $-x^2+3x-3 < 0$ $(a < 0, D < 0)$. Dakle, vodeći računa o definicionom području, rješenje nejednačine je skup $\left(\frac{1}{3}, +\infty\right)$ pa je tačan odgovor pod (b).
10. Stranica trougla je $a = 2m$ pa je površina jednakostraničnog trougla jednaka $P_T = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}m^2$. S druge strane, površina trougla se može izračunati pomoću formule $P = rs$ gdje je r poluprečnik upisane kružnice a s poluobim i specijalno za jednakostranični trougao je $s = \frac{3a}{2}$. Za naš jednakostranični trougao je poluobim $s = 3$ pa je $r = \frac{P}{s} = \frac{\sqrt{3}}{3}$. U tom slučaju je površina kružne ploče jednaka $P_{KP} = r^2\pi = \frac{\pi}{3}$. Površina otpatka je $P = P_{KP} - P_T = \frac{\pi}{3} - \sqrt{3}$. Dakle, tačan odgovor je (b).